تركيب الحلول النظامية والشاذة لعملية Schaefer الترموديناميكية لأجل الحالة المستوية الأولى لانفعالات الجسم الصلب المرن دقيق الاستقطاب الخاضع لحرارة ويشغل الفضاء R^2

ط . عاصم جابر [1]   أ . د. منتجب الحسن [2]

ملخص البحث:

يتعلق البحث بالنموذج الرياضي للحالة المستوية الأولى للانفعالات المرنة للجسم الصلب دقيق الاستقطاب والمتجانس والمتماثل المناحي والخاضع لحرارة والمناقش رياضياً من خلال الباحثين Eringen [1] و Nowacki [2] والذي يرمز له اختصاراً بـ 2D (E−N:6).

في البحث سنعرض أولاً طريقة متجه Schaefer [3.pp.217] و [11,12] في حل مسألة Lame للقيم الحدية والابتدائية للجسم (E−N:6) 2D الخاضع لحرارة والذي يشغل في لحظة البدء كامل المتنوعة الاقليدية R^2. بعدها باستخدام طريقة التكامل القائمة على تحويل فورييه التكاملي المضاعف سنوجد صيغ فورييه التكاملية التقليدية والمتممة لأجل كلاً من عمليتي Schaefer الترموديناميكية التقليدية والديناميكية المتممة للجسم المعتبر في حال وجود حمول حجمية ومصادر حرارية. ثم سنوجد الحلول الشاذة لأجل كلٍ من العمليتين السابقتين في حال تعرض الجسم المذكور لقوة حجمية مركزة ومتغيرة توافقياً بالنسبة للزمن. في النهاية سننهي البحث باقتراح عدد من المسائل للمناقشة.

[1] طالب دكتوراه في قسم الرياضيات - كلية العلوم - جامعة البعث.

[2] أستاذ في قسم الرياضيات – كلية العلوم – جامعة البعث.

الكلمات المفتاحية: تركيب الحلول النظامية (الشاذة) ،عمليتا Schaefer التر وديناميكيتين لأجل مسألة Lame للقيم الحدية والابتدائية للجسم (E−N:6) 2D الخاضع لحرارة.

Combining regular and singular solutions of the Schaefer thermodynamical process relating to the first plane state of elastic strain of the micropolar body subjected to temperature field and occupying R^2

Asem Jaber †, & Prof. Mountajab Al-Hasan*

Abstract:

The paper relates to the mathematical model of the first plane state of small elastic strains of micropolar homogeneous and isotropic solid, subjected to temperature field, mathematically propo-sed by Eringen [1] and Nowacki [2], and shortly called 2D (E-N:6). In paper, first we introduce the Schaefer vector method [3.pp.217] , [11,12] in solving the Lame initial-boundary value problem for the 2D (E-N:6) body, subjected to temperature field and which initial configuration is the all manifold R^2. Next , using the integration method based on the 3D فورييه integral transforms, we found the tradetional and complementary فورييه formulae for the thermo-dynamical tradetional and dynamical complementary Schaefer pro-cesses, respectively, in the case of acting of body loads and heat sources on the body occupying R^2.Then we find the singular behavior for the Schaefer processes, in the case of acting concen-trated body forces, varying harmonically in time. Finally we end paper by suggesting some problems for discussing.

† Ph.D. Student At Department of Mathematics–Faculty of Science–Al-Baath University..
* Professor At Department of Mathematics–Faculty of Science – Al–Baath University.

Key words:The superposition of regular (singular) Solutions -The Schafer Thermody-namical processes – for The Lame initial-boundary value problem for the 2D (E-N:6) body subjected to temperature field.

1.مقدمة:

في [4] استخدمت طريقة متجه شافيير في حل مسائل القيم الحدية لمعادلات Lame ضمن الحالة المستوية الأولى لانفعالات الجسم (E–N:6) ذلك انطلاقاً من متجه شافيير : $\zeta \equiv \left(0,0,\frac{1}{2}\in_{\alpha\beta} u_{\beta,\alpha}\right)$، $(\alpha,\beta=1,2)$، علماً أن: $\in_{\alpha\beta}$ هو شبه تنسور Levi–Civita النسبي بالوزن $\frac{1}{2}$، على الفضاء الاقليدي ثنائي البعد R^2. بعدها تم بنفس الطريقة، حل مسائل القيم الحدية لمعادلات Lame للحالة ثنائية البعد، المتناظرة محورياً للانفعالات المرنة للجسم من النموذج (E–N:6)، (انظر مثلاً: [5,7])، كما أشار نفس الباحثين إلى إمكانية حل نفس هذه المسائل، أي مسائل القيم الحدية لمعادلات لامي للحالة ثنائية البعد وكذلك الحالة ثلاثية البعد للانفعالات المرنة للجسم من النموذج (E–N:6)، بوجود حقل درجات حرارة، وبوجود حقل لدونة. وفي عام 2004 قام الباحث Dyszlewicz في [3] باستخدام طريقة متجه شافيير في حل مسائل القيم الحدية والابتدائية لمعادلات Lame للحالة المستوية الأولى للانفعالات المرنة للجسم من نموذج (E–N:6)، بما يتوافق مع الحالة الديناميكية المتساوية درجات الحرارة لهذا الجسم. في [11] تم تعميم طريقة متجه شافيير إلى حل مسألة Lame للقيم الحدية والابتدائية للجسم(E–N:6) 2D، المتجانس والمتماثل المناحي والخاضع لحرارة، ويشغل في لحظة البدء منطقة Ω بسيطة الترابط في المتنوعة الاقليدية R^2. أخيراً في [12] تم اثبات أيزوتيرمية (تساوي درجات الحرارة) عملية شافيير المتممة لأجل الجسم (E–N:6) 2D الذي يشغل كامل R^2، ضمن الحالة المستوية الأولى للانفعالات المرنة لهذا الجسم، بوجود حمول حجمية ومصادر حرارية.

2. هدف البحث:

يهدف البحث إلى إيجاد صيغ فورييه التكاملية، التقليدية والمتممة لأجل كلاً من عمليتي شافيير الترموديناميكية التقليدية والديناميكية المتممة للجسم المعتبر الذي يشغل كامل R^2 ، في حال وجود حمول حجمية ومصادر حرارية. بعدها سنوجد الحلول الشاذة لأجل كلٍ من العمليتين السابقتين، في حال تعرض الجسم المذكور أعلاه لقوة حجمية مركزة، ومتغيرة توافقياً مع الزمن.

3. طرائق البحث:

سوف نستخدم نتائج البحث [11]، المتمثلة بتعميم طريقة متجه تشيفر إلى حل مسألة الجسم (E−N:6) 2D، الخاضع لحرارة، ويشغل في لحظة البدء منطقة Ω بسيطة الترابط في المتنوعة الاقليدية R^2، ونتائج البحث [12] والمتمثلة بإثبات أيزوتيرمية عملية شافيير المتممة لأجل الجسم (E−N:6) 2D الذي يشغل كامل R^2، ضمن الحالة المستوية الأولى للانفعالات المرنة لهذا الجسم، بوجود حمول حجمية ومصادر حرارية. من ثم سوف نستخدم طريقة التكامل القائمة على تحويلات فورييه التكاملية الثلاثية في إيجاد صيغ فورييه التكاملية، التقليدية والمتممة لأجل كلاً من عمليتي شافيير ، الترموديناميكية التقليدية والديناميكية المتممة للجسم المعتبر في حال وجود حمول حجمية ومصادر حرارية. من ثم سنوجد الحلول الشاذة لأجل كلٍ من العمليتين السابقتين، في حال تعرض الجسم المذكور لقوة حجمية مركزة ومتغيرة توافقياً بالنسبة للزمن . من أجل متطلبات البحث،سنعرض بدايةً وبشكل مختصر، تهجين نتائج البحثين[3,11,12].

3−1مسألتا الوصف التقليدي ووصف Lame للحالة الترموديناميكية للجسم المرن (E−N:6)2D، المتجانس والمتماثل المناحي، والخاضع لحرارة، ضمن الحالة المستوية الأولى للانفعالات المرنة، حيث يشغل الجسم في لحظة البدء المنطقة بسيطة الترابط Ω، المحدودة في المتنوعة الاقليدية ثنائية البعد R^2 [3]:

<u>*توطئة:*</u> سنفترض أن جميع الأدلة الإغريقية .... , α , β , γ تأخذ القيم $1, 2$ وسنعتمد رموز Einstein في المتنوعة الإقليدية ثنائية البعد R^2، ولتكن $O x_1\, x_2\, x_3$ جملة إحداثية ديكارتية قائمة ، ومباشرة، وعطالية، وقاعدتها هي $(\mathbf{e}_1 \ , \ \mathbf{e}_2 \ , \ \mathbf{e}_3)$. من أجل الحالة المستوية الأولى للانفعالات المرنة للجسم المدروس، تكون كافة المقاطع التنسورية التي تحكم الحالة الترموديناميكية للجسم المعتبر، تكون مستقلة عن الاحداثي الديكارتي الثالث x_3، حيث توصف العملية الترموديناميكية للجسم المعتبر المتجانس والمتماثل المناحي من خلال المقاطع التنسورية:$(\mathbf{u} , \boldsymbol{\varphi} , \theta, \boldsymbol{\sigma} , \boldsymbol{\mu} , \boldsymbol{\gamma} , \boldsymbol{\kappa})$، حيث أن: $\mathbf{u}$ و $\boldsymbol{\varphi}$ مقطعان متجهيان مستقلان، هما على الترتيب ، مقطع الإزاحات ومقطع التوجهات ، و $\theta := \mathrm{T} - \mathrm{T}_0$ مقطع سلمي؛ يمثل تغير الحرارة ؛ حيث T الحرارة

المطلقة في الجسم و T_0 حرارة الحالة الطبيعية له. إضافةً إلى ماتقدم ذكره فإن: $\boldsymbol{\sigma}$, $\boldsymbol{\mu}$, $\boldsymbol{\gamma}$, $\boldsymbol{\kappa}$، مقاطع تنسورية من المرتبة الثانية، هي على الترتيب: مقطع إجهادات القوة، ومقطع إجهادات العزم ، ومقطع الانفعالات، ومقطع الانفعالات دقيقة الاستقطاب. وإذا رمزنا بـ $T^+ :=]\,0\,,\infty\,[$، و بـ $T := [\,0\,,\infty\,[$، فيمكن أن تمثل الحقول السابقة في $\Omega \times T^+$ وفي النظام الإحداثي الديكارتي $\mathbf{e}_i$، على الشكل التالي:

$$\mathbf{u} \equiv (u_1\,, u_2\,, 0)\;,\;\; \boldsymbol{\varphi} \equiv (\,0,\;0\;,\varphi_3) \tag{3.1}$$

$$\boldsymbol{\gamma} \equiv \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & 0 \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \;,\;\; \boldsymbol{\kappa} \equiv \begin{bmatrix} 0 & 0 & \kappa_{13} \\ 0 & 0 & \kappa_{23} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.2}$$

$$\boldsymbol{\sigma} \equiv \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & 0 \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{33} \end{bmatrix} \;,\;\; \boldsymbol{\mu} \equiv \begin{bmatrix} 0 & 0 & \mu_{13} \\ 0 & 0 & \mu_{23} \\ \mu_{31} & \mu_{32} & 0 \end{bmatrix} \tag{3.3}$$

حيث:

$$\sigma_{33} = \nu\,\sigma_{\alpha\alpha} - \frac{\mu}{\mu+\lambda}\,\nu_T\,\theta\;,\;\; \mu_{3\alpha} = \frac{\gamma-\varepsilon}{\gamma+\varepsilon}\,\mu_{\alpha 3} \tag{3.4}$$

كما أن: $\nu = \dfrac{\lambda}{2(\mu+\lambda)}$ تمثل نسبة Poisson، و $\nu_T = (3\lambda + 2\mu)\,a_t$، و a_t هو معامل التمدد الخطي الحراري للجسم، و $\mu\,,\lambda\,,\gamma\,,\varepsilon \in R_+$ الثوابت مادية للجسم المدروس، أخيراً ننوه إلى أن جميع المركبات الموجودة في العلاقات السابقة تتبع للموضع: $\mathbf{x} \equiv (x_1, x_2) \in \Omega$ وللزمن t.

أولاً) الوصف التقليدي: يتألف الوصف التقليدي للحالة الترموديناميكية للجسم 2D (E−N:6) المتجانس والمتماثل المناحي، والخاضع لحرارة، ضمن الحالة المستوية الأولى للانفعالات المرنة، يتألف من المعادلات والعلاقات الأساسية والشروط الحدية والابتدائية التالية [3]:

معادلات الحركة، المحققة في $\Omega \times T^+$:

$$\sigma_{\beta\alpha,\beta} + X_\alpha = \rho\,\ddot{u}_\alpha\;,\quad \in_{\alpha\beta}\sigma_{\alpha\beta} + \mu_{\beta 3,\beta} + Y_3 = J\,\ddot{\varphi}_3 \tag{3.5}$$

مع العلم أن: J , ρ ، على الترتيب تمثلان الكثافة الحجمية والعطالة الدورانية للجسم المعتبر و $\mathbf{X} \equiv (X_1\,, X_2\,, 0)$ يمثل مقطع القوة الحجمية

و $\mathbf{Y} \equiv (0\,,0\,,Y_3)$ مقطع العزم الحجمي. نرمز بواسطة الفاصلة الدليلية للمشتق الجزئي بالنسبة للموضع: $f_{,\beta} = \dfrac{\partial f}{\partial x_\beta}$ ، كما نرمز بالنقطة للمشتق الجزئي بالنسبة للزمن: $\dot{f} \equiv \partial f / \partial t$. أخيراً الرموز $\in_{\alpha\beta}$ تمثل المركبات الديكارتية لتنسور Levi–Civita، النسبي، من المرتبة الثانية، مع الوزن: $w = \dfrac{1}{2}$.

معادلات انسجام الانفعالات، المحققة في $\Omega \times \mathrm{T}$:

$$\begin{aligned} &\kappa_{23,1} - \kappa_{13,2} = 0\ ,\ \ \kappa_{13} - \gamma_{21,1} + \gamma_{11,2} = 0\ , \\ &\kappa_{23} + \gamma_{12,2} - \gamma_{22,1} = 0 \end{aligned} \tag{3.6}$$

العلاقات الهندسية، المحققة في $\Omega \times \mathrm{T}^+$:

$$\gamma_{\alpha\beta} = u_{\beta,\alpha} + \in_{\beta\alpha} \varphi_3 \quad , \quad \kappa_{\alpha 3} = \varphi_{3,\alpha} \tag{3.7}$$

العلاقات التأسيسية، المحققة في $\Omega \times \mathrm{T}$:

$$\begin{aligned} &\sigma_{\alpha\beta} = (\mu + \alpha)\,\gamma_{\alpha\beta} + (\mu - \alpha)\ \gamma_{\beta\alpha} + (\lambda e_1 - v_T\ \theta)\ \delta_{\alpha\beta}\ , \\ &\mu_{\alpha 3} = (\gamma + \varepsilon)\,\kappa_{\alpha 3} \end{aligned} \tag{3.8}$$

حيث $\alpha \in R_+$ الثابت المادي الخامس للجسم، و $e_1 = \gamma_{\varepsilon\varepsilon}$، أما $\delta_{\alpha\beta}$ فهو رمز دلتا كرونيكا،

معادلات الحرارة والانفعال، المحققة في $\Omega \times \mathrm{T}^+$:

$$\theta_{,\alpha\alpha} - \frac{1}{\kappa}\,\dot{\theta} - \eta_0 \dot{e}_1 = -\frac{Q}{\kappa} \tag{3.9}$$

حيث :

$$Q = \frac{\kappa W}{\lambda_0}\ ,\ \ \kappa = \frac{\lambda_0}{c_{\boldsymbol{\varepsilon}}}\ ,\ \ \eta_0 = \frac{v_T\,T_0}{\lambda_0}$$

مع العلم أن Q يمثل المصادر الحرارية في الجسم المعتبر ، و W كمية الحرارة المشكَلة في وحدة الحجم ووحدة الزمن ، و λ_0 معامل التوصيل الحراري ، و $c_{\boldsymbol{\varepsilon}}$ تمثل الحرارة النوعية من أجل تشوه ثابت، كما أن: $\dot{e}_1 = \dot{\gamma}_{\varepsilon\varepsilon}$ ،

الشروط الحدية المحققة على $\partial\Omega \times \mathrm{T}$:

$$u_\alpha = k_\alpha\ ,\ \ \varphi_3 = k_3\ \ ,\ \ \theta = \vartheta \tag{3.10}$$

حيث التوابع $[(k_{\alpha}, k_3, \vartheta) : \partial\Omega \times \mathrm{T} \to R\ ]$ مفروضة ، و $\partial\Omega$ هي الحدود الملساء للمنطقة Ω $(\bar{\Omega} = \Omega \cup \partial\Omega)$.

الشروط الابتدائية المحققة في $\Omega \times \{0\}$:

$$u_{\alpha} = f_{\alpha}\ ,\ \varphi_3 = f_3\ ,\ \theta = \ell\ ,\ \dot{u}_{\alpha} = g_{\alpha}\ ,\ \dot{\varphi}_3 = g_3 \qquad (3.11)$$

حيث التوابع $[(f_{\alpha}, f_3, \ell, g_{\alpha}, g_3) : \Omega \to R\ ]$ مفروضة.

ثانياً) وصف Lame: يتألف وصف *Lame* للحالة الترموديناميكية للجسم (E−N:6) 2D المتجانس والمتماثل المناحي، والخاضع لحرارة، في الحالة المستوية الأولى للانفعالات المرنة، يتألف من المعادلات والعلاقات الأساسية والشروط الحدية والابتدائية التالية [3]:

معادلات لامي للحركة، المحققة في $\Omega \times \mathrm{T}^{+}$:

$$\square_2 u_{\alpha} + (\lambda + \mu - \alpha) u_{\beta,\beta\alpha} + 2\alpha \in_{\alpha\gamma} \varphi_{3,\gamma} - v_T\, \theta_{,\alpha} + X_{\alpha} = 0 \qquad (3.12)$$

$$\square_4 \varphi_3 + 2\alpha \in_{\alpha\beta} u_{\beta,\alpha} + Y_3 = 0\ , \qquad (3.13)$$

$$\mathrm{D}\,\theta - \eta_0 \dot{u}_{\varepsilon,\varepsilon} = -\frac{Q}{\kappa} \qquad (3.14)$$

حيث: $\square_2 = (\mu + \alpha)\Delta_1 - \rho\ \partial_t^2$ و $\square_4 = (\gamma + \varepsilon)\ \Delta_1 - 4\alpha - J\,\partial_t^2$

و $\mathrm{D} = \Delta_1 - \frac{1}{\kappa}\,\partial_t$ و Δ_1 هو مؤثر لابلاس الاشتقاقي السلمي ثنائي البعد: $(\Delta_1 = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2})$ ، أما $\partial_t f = \dot{f} = \partial f / \partial t$ ،

العلاقات الهندسية، المحققة في $\Omega \times \mathrm{T}^{+}$:

$$\gamma_{\alpha\beta} = u_{\beta,\alpha} + \in_{\beta\alpha} \varphi_3\ \ ,\ \ \kappa_{\alpha 3} = \varphi_{3,\alpha} \qquad (3.15)$$

العلاقات التي تعطي الإجهادات بدلالة الإزاحات والحرارة والدورانات والمحققة في $\Omega \times \mathrm{T}^{+}$:

$$\begin{aligned}\sigma_{\alpha\beta} = (\mu + \alpha)\, u_{\beta,\alpha} + (\mu - \alpha) u_{\alpha,\beta} - 2\alpha \in_{\alpha\beta} \varphi_3 + \\ + (\lambda u_{\varepsilon,\varepsilon} - v_T\ \theta)\ \delta_{\alpha\beta}\ ,\end{aligned} \qquad (3.16)$$

$$\mu_{\alpha 3} = (\gamma + \varepsilon)\ \varphi_{3,\alpha} \qquad (3.17)$$

الشروط الحدية المحققة على $\partial\Omega \times \mathrm{T}$:

$$u_\alpha = k_\alpha\ ,\ \varphi_3 = k_3\ ,\ \theta = \vartheta \tag{3.18}$$

الشروط الابتدائية المحققة في $\Omega\times\{0\}$:

$$u_\alpha = f_\alpha\ ,\ \varphi_3 = f_3\ ,\ \theta = \ell\ ,\ \dot{u}_\alpha = g_\alpha\ ,\ \dot{\varphi}_3 = g_3 \tag{3.19}$$

كما يلزمنا فيمايلي عرض دمج نتائج البحثين [11,12]، لأجل الحالة التي يشغل فيها الجسم (E−N:6) 2D كامل الفضاء الإقليدي ثنائي البعد R^2 (أي لأجل: $\Omega = R^2$)، بعد إدخال تعديلات على الشروط الحدية والابتدائية. بتعويض المركبة: $\zeta_3 = \frac{1}{2}\epsilon_{\alpha\beta} u_{\beta,\alpha} - \varphi_3$ لمتجه شافيير: $\zeta \equiv (0,0,\zeta_3)$ في المعادلتين (3.12) و (3.13)،وبالاستفادة من العلاقة:

$$\epsilon_{\alpha\gamma}\epsilon_{\varepsilon\delta} = \delta_{\alpha\varepsilon}\delta_{\gamma\delta} - \delta_{\alpha\delta}\delta_{\gamma\varepsilon} \tag{3.20}$$

نحصل على المعادلتين التاليتين المحققتين في $\Omega \times \mathrm{T}^+$:

$$\overset{*}{\Box}_2 u_\alpha + (\lambda+\mu) u_{\beta,\beta\alpha} - \nu_T\, \theta_{,\alpha} + X_\alpha = 2\alpha \epsilon_{\alpha\gamma}\ \zeta_{3,\gamma} \tag{3.21}$$

$$\overset{*}{\Box}_4 \epsilon_{\alpha\beta} u_{\beta,\alpha} + 2Y_3 = 2\ \Box_4 \zeta_3 \tag{3.22}$$

علماً أن: $\overset{*}{\Box}_2$ و $\overset{*}{\Box}_4$ ، على الترتيب هما $\Box_2$ و $\Box_4$ بعد تعويض $\alpha = 0$.

لنفترض الآن أن:

$$\begin{aligned} &u_\alpha = u^0_\alpha + u'_\alpha\ ,\ \varphi_3 = \varphi^0_3 + \varphi'_3\ ,\quad \theta = \theta^0 + \theta'\ ,\\ &\zeta_3 = \zeta^0_3 + \zeta'_3\ ,\ Y_3 = Y^0_3 + Y'_3\ , \end{aligned} \tag{3.23}$$

حيث المقاطع: $u^0_\alpha\ ,\ \varphi^0_3\ ,\ \theta^0$ تتعلق بجسم هوك ضمن المرونة التقليدية المترابطة مع حقل حراري. عندئذٍ بوضع : $\zeta^0_i = 0$ ، نصل إلى مسألة القيم الحدية– الابتدائية للجسم في إطار المرونة الخطية التقليدية المترابطة مع حقل حرارة، حيث نحصل من المعادلة (3.21) على معادلات Lame التقليدية التالية المحققة في $\Omega \times \mathrm{T}^+$:

$$\overset{*}{\Box}_2 u^0_\alpha + (\lambda+\mu) u^0_{\beta,\beta\alpha} - \nu_T\, \theta^0_{,\alpha} + X_\alpha = 0 \tag{3.24}$$

إن المعادلة (3.24) مترابطة مع المعادلة (3.14)، التي هنا لأجل: $u_{\alpha}^{0}, \theta^{0}$ تأخذ الشكل التالي في $\Omega \times \mathrm{T}^{+}$:

$$\mathrm{D}\,\theta^{0} - \eta_{0}\dot{u}_{\varepsilon,\varepsilon}^{0} = -\frac{Q}{\kappa} \qquad (3.25)$$

إلى ذلك نضيف الشروط الحدية والابتدائية، التقليدية التالية، التي نحصل عليها من الشروط الحدية والابتدائية (3.10) و(3.11)[3]:

الشروط الحدية:

$$\lim_{\|x\|\to\infty} u_{\alpha}^{0} = 0 \quad , \quad \lim_{\|x\|\to\infty} \theta^{0} = 0 \qquad (3.26)$$

الشروط الابتدائية المحققة في $\Omega \times \{0\}$:

$$u_{\alpha}^{0} = f_{\alpha}^{0},\ \theta^{0} = \ell\ ,\ \dot{u}_{\alpha}^{0} = g_{\alpha}^{0} \qquad (3.27)$$

حيث f_{α}^{0} و g_{α}^{0}[4]، على الترتيب، تمثل الجزء الكلاسيكي لـ f_{α} و g_{α}،

الآن من المعادلة (3.22) ، لأجل ($\zeta_{3}^{0} = 0$ و $Y_{3}^{0} = 0$) ، تنفصل أو تخرج المعادلة التالية، المحققة في: $\Omega \times \mathrm{T}^{+}$:

$$2\overset{*}{\square}_{2}\,\varphi_{3}^{0} + \in_{\alpha\beta} X_{\beta,\alpha} = 0 \qquad (3.28)$$

الناتجة عن المعادلة (3.24)، والعلاقة التقليدية:

$$2\varphi_{3}^{0} = \in_{\alpha\beta} u_{\beta,\alpha}^{0} \qquad (3.29)$$

في [10] تم اثبات أنه في $\Omega \times \mathrm{T}^{+}$ (حيث: $\Omega = R^{2}$) تتحقق المتطابقتان:

$$\theta' \equiv 0 \quad , \quad e_{1}' := u_{\beta,\beta}' \equiv 0 \qquad (3.30)$$

بالتالي من منظومة المعادلات (3.21) و(3.22) و (3.24) و(3.225) و(3.28) و(3.30) نحصل على جملة المعادلات التالية المحققة في $\Omega \times \mathrm{T}^{+}$ لأجل u_{α}', ζ_{3}:

---

[3] في هذه الحالة ($\Omega = R^{2}$)، تستبدل الشروط الحدية (3.10) أو (3.19)−(3.18) بشروط الانتظام الفيزيائية، التالية: لمتمثلة بالشروط : $\lim_{\|x\|\to\infty} \theta = 0 \ ,\ \lim_{\|x\|\to\infty} \varphi_{3} = 0 \ ,\ \lim_{\|x\|\to\infty} u_{\alpha} = 0$.

[4] $f_{\alpha}^{0} = \lim_{\alpha\to 0} f_{\alpha}$ و $g_{\alpha}^{0} = \lim_{\alpha\to 0} g_{\alpha}$ (انظر [3]).

$$\overset{*}{\square}_2 u'_\alpha + \hat{X}_\alpha = 2\alpha \in_{\alpha\gamma} \zeta_{3,\gamma} \tag{3.31}$$

$$\begin{gathered}\overset{*}{\square}_4 \in_{\alpha\beta} u'_{\beta,\alpha} + 2\bar{Y}_3 - 2\,\square_4 \zeta_3 = \\ = 2(\gamma+\varepsilon)(c_4^{-2} - \hat{c}_2^{-2})\,\ddot{\varphi}_3^0\end{gathered} \tag{3.32}$$

حيث:

$$c_4^2 = \frac{\gamma+\varepsilon}{J}\ ,\ \hat{c}_2^2 = \frac{\mu}{\rho}\ ,\ \hat{X}_\alpha = 0\ ,\bar{Y}_3 = Y_3 - \frac{\gamma+\varepsilon}{2\mu} \in_{\alpha\beta} X_{\beta,\alpha} \tag{3.33}$$

نضيف إلى جملة المعادلات (3.32) − (3.31) الشروط الحدية والابتدائية التالية:

الشروط الحدية:

$$\lim_{\|x\|\to\infty} u'_\alpha = 0\quad ,\ \lim_{\|x\|\to\infty} \varphi'_3 = 0 \tag{3.34}$$

الشروط الابتدائية المحققة في $\Omega\times\{0\}$:

$$u'_\alpha = f_\alpha - f_\alpha^0\ ,\ \varphi'_3 = f_3 - f_3^0\ ,\ \dot{u}'_\alpha = g_\alpha - g_\alpha^0\ ,\ \dot{\varphi}'_3 = g_3 - g_3^0 \tag{3.35}$$

حيث المقادير: f_3^0 و g_3^0 تنتج عن حل مسألة القيم الحدية والابتدائية التقليدية (3.27)− (3.24) وعن العلاقات التقليدية:

$$f_3^0(\mathbf{x}) = \lim_{t\to 0}\varphi_3^0(\mathbf{x},t)\ ,\ g_3^0(\mathbf{x}) = \lim_{t\to 0}\frac{\partial\varphi_3^0}{\partial t}(\mathbf{x},t)\ ;\ \mathbf{x}\in\Omega \tag{3.36}$$

المعادلات (3.25)−(3.24) و(3.32)−(3.31) مرتبطة ليس فقط عبر الشروط الحدية والابتدائية (3.35)−(3.34)، وإنما أيضاً من خلال ظهور الدوران التقليدي: $\varphi_3^0 = \frac{1}{2}\in_{\alpha\beta} u_{\beta,\alpha}^0$ أمام المؤثر: $2(\gamma+\varepsilon)(c_4^{-2} - \hat{c}_2^{-2})\,\partial_t^2$، في المعادلة (3.32).

فيمايلي سنستنتج النظام المعادلاتي الاشتقاقي الجزئي لأجل المقاطع: $u'_\alpha\ ,\ \varphi'_3$، والذي لا يحتوي الدوران التقليدي φ_3^0. ولهذا الغرض نطبق المؤثر $\overset{*}{\square}_2$ على طرفي المعادلة (3.22)، فنحصل على المعادلة التالية المحققة في $\Omega\times T^+$:

$$\overset{*}{\square}_2(\overset{*}{\square}_4 \in_{\alpha\beta} u_{\beta,\alpha} + 2Y_3 - 2\,\square_4\zeta_3) = 0 \tag{3.37}$$

ينتج عن المعادلة (3.37) لأجل ($\zeta_3^0 = 0$ و $Y_3^0 = 0$) المعادلة التالية المحققة في $\Omega \times T^+$:

$$\overset{*}{\square}_4 (2 \overset{*}{\square}_2 \varphi_3^0 + \in_{\alpha\beta} X_{\beta,\alpha}) = 0 \qquad (3.38)$$

والمحققة على التطابق في $\Omega \times T^+$، وينتج ذلك من تحقق المعادلة (3.28) في $\Omega \times T^+$.

الآن، ينتج من المعادلات (3.21) و(3.30) و(3.37) ، أن جملة المعادلات التالية محققة في $\Omega \times T^+$، لأجل ζ_3 , u'_α:

$$\overset{*}{\square}_2 u'_\alpha + \hat{X}_\alpha = 2\alpha \in_{\alpha\gamma} \zeta_{3,\gamma} \,, \qquad (3.39)$$

$$\overset{*}{\square}_2 (\overset{*}{\square}_4 \in_{\alpha\beta} u'_{\beta,\alpha} - 2 \square_4 \zeta_3) + 2\hat{Y}_3 = 0 \,, \qquad (3.40)$$

حيث:

$$\hat{Y}_3 = \overset{*}{\square}_2 Y_3 - \frac{1}{2} \overset{*}{\square}_4 \in_{\alpha\beta} X_{\beta,\alpha} \qquad (3.41)$$

ولنلاحظ هنا اختفاء الدوران التقليدي φ_3^0 من جملة المعادلات السابقة. أخيراً باستخدام العلاقة:

$$\zeta_3 = \frac{1}{2} \in_{\alpha\beta} u'_{\beta,\alpha} - \varphi'_3 \qquad (3.42)$$

تأخذ جملة المعادلات (3.40)−(3.39) الشكل التالي في $\Omega \times T^+$، لأجل φ'_3 , u'_α:

$$\square_2 u'_\alpha + 2\alpha \in_{\alpha\gamma} \varphi'_{3,\gamma} + \hat{X}_\alpha = 0 \qquad (3.43)$$

$$\overset{*}{\square}_2 (\square_4 \varphi'_3 + 2\alpha \in_{\alpha\beta} u'_{\beta,\alpha}) + \hat{Y}_3 = 0 \qquad (3.44)$$

نضيف إلى جملة المعادلات السابقة الشروط الحدية والابتدائية (3.35)− (3.34).

من أجل متطلبات هذا البحث يلزمنا أيضاً عرض مؤثر فورييه التكاملي المضاعف من المرتبة الثالثة، المباشر $\boldsymbol{F}_3$ بالنسبة للموضع وللزمن، والعكسي له $\boldsymbol{F}_3^{-1}$ [8,9] ،ولهذا السبب سنعرض فيمايلي ما يهمنا من ذلك.

3- 3.أ. تحويلا فورييه التكامليان، المضاعفان، من المرتبة الثالثة ، المباشر والعكسي: لتكن $f(\mathbf{x}, t)$ (حيث: $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$) دالة حقيقية معرفة ومستمرة

في R^3، ولنفرض، أيضاً أنها قابلة للمكاملة، بالإطلاق على R^2. عندئذ فإن تحويل فورييه التكاملي المضاعف من المرتبة الثالثة للتابع $f(\mathbf{x},t)$، والذي نرمز له بالرمز $\boldsymbol{F}_3[f(\mathbf{x},t)]$ (أو بالرمز $\bar{f}(\xi,\tau)$)، يكون موجوداً [5]، وبحسب التعريف، يعطى بـ:

$$\boldsymbol{F}_3[f(\mathbf{x},t)] = \bar{f}(\xi,\tau) :=$$
$$\frac{1}{2\pi\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(\mathbf{x},t)\, e^{i(\mathbf{x}\cdot\boldsymbol{\xi}+\tau t)}\, d\mathbf{x}\, dt \tag{3.45}$$

حيث هنا: $\mathbf{x}=(x_1,x_2)$ و $\boldsymbol{\xi}=(\xi_1,\xi_2)$ و $\mathbf{x}\cdot\boldsymbol{\xi} = x_\alpha \xi_\alpha$

و $d\mathbf{x} = dx_1 dx_2$ و $i=\sqrt{-1}$ ،

كما تكون عندئذ الدالة $\bar{f}(\xi,\tau)$، أيضاً معرفة ومستمرة في R^3، وقابلة للمكاملة، بالإطلاق، على R^2، بالتالي فإن تحويل فورييه، التكاملي العكسي، من المرتبة الثالثة، لـ $\bar{f}(\xi,\tau)$، والذي نرمز له بالرمز $\boldsymbol{F}_3^{-1}[\bar{f}(\xi,\tau)]$ (أو بالرمز $f(\mathbf{x},t)$ [6])، يكون موجوداً، وهو بحسب التعريف يعطى بـ:

$$\boldsymbol{F}_3^{-1}[\bar{f}(\boldsymbol{\xi},\tau)] = f(\mathbf{x},t) :=$$
$$\frac{1}{2\pi\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(\mathbf{x},t)\, e^{-i(\mathbf{x}\cdot\boldsymbol{\xi}+\tau t)}\, d\boldsymbol{\xi}\, d\tau \tag{3.46}$$

حيث: $d\boldsymbol{\xi} = d\xi_1 d\xi_2$.

3-3. ب. مبرهنة الطي لـ فورييه :

إذا كان $F(\xi,\tau) = \boldsymbol{F}_3[f(\mathbf{x},t)]$ و $G(\xi,\tau) = \boldsymbol{F}_3[g(\mathbf{x},t)]$ هما تحويلي فورييه التكامليين المضاعفين من المرتبة الثالثة للدالتين الحقيقيتين $f(\mathbf{x},t)$ و $g(\mathbf{x},t)$، على الترتيب، فعندئذٍ يكون:

أولاً: $\boldsymbol{F}_3[(f*g)(\mathbf{x},t)] = F(\xi,\tau)\, G(\xi,\tau)$

[5] الشروط المذكورة أعلاه، التي تحققها الدالة $f(\mathbf{x},t)$، هي شروط كافية من أجل وجود كل من $\boldsymbol{F}_3[f(\mathbf{x},t)]$ و $\boldsymbol{F}_3^{-1}[\bar{f}(\xi,\tau)]$ [8,9].

[6] ينتج ذلك عن أن: $\boldsymbol{F}_3^{-1}$ هو التحويل العكسي لـ $\boldsymbol{F}_3$.

ثانياً: $\boldsymbol{F}_3^{-1}[\, F(\xi,\tau)\; G(\xi,\tau)\,] = (f * g)(\mathbf{x}, t)$

حيث الرمز $(f * g)(\mathbf{x}, t)$ يدل على طي فورييه للتابعين $f(\mathbf{x},t)$ و $g(\mathbf{x},t)$ على R^3، وهو يعطى بحسب تعريفه، بالعلاقة:

$$(f * g)(\mathbf{x}, t) :=$$

$$\frac{1}{2\pi\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(\mathbf{x}-\mathbf{y}, t-s)\; g(\mathbf{y}, s)\, d\mathbf{y}\, ds \qquad (3.47)$$

وهنا: $\mathbf{y} = (y_1, y_2)$ و $d\mathbf{y} = dy_1 dy_2$.

سنفترض في البحث أن كافة الحقول الفيزيائية، التقليدية والمتممة في 2D (E−N:6) المترابط مع حقل درجات حرارة ويشغل R^2، بالمعنى الرياضي، معرَّفة ومعدومة من أجل القيم السالبة لـ t .

4. النتائج والمناقشة:

بهدف إيجاد صيغ فورييه التكاملية، التقليدية والمتممة لأجل كلاً من عمليتي شافيير ؛ الترموديناميكية التقليدية والديناميكية المتممة للجسم المعتبر الذي يشغل كامل R^2 ، في حال وجود حمول حجمية ومصادر حرارية، يلزمنا فيما يلي إيجاد المعادلات المنفصلة لأجل كلٍ من عملية شافيير الترموديناميكية التقليدية، المتمثلة بـ: u_α^0, θ^0، ولعملية شافيير الديناميكية المتممة، المتمثلة بـ: u'_α, φ'_3.

1.4 فصل عملية شافيير الترموديناميكية التقليدية، المتمثلة بـ: u_α^0, θ^0: لهذا الغرض يلزمنا فيمايلي إيجاد المعادلة المساعدة لأجل التمدد السطحي التقليدي: $e_1^0 := u_{\beta,\beta}^0$، والحرارة التقليدية: θ^0. نحصل على هذه المعادلة من المعادلة (3.24) بعد اشتقاق طرفيها بالنسبة لـ x_α، فنحصل على المعادلة التالية المحققة في $\Omega \times T^+$:

$$\overset{*}{\Box}_2\, e_1^0 + (\lambda+\mu)\Delta_1 e_1^0 + 0 - v_T\, \Delta_1 \theta^0 + X_{\alpha,\alpha} = 0 \qquad (4.1)$$

أو:

$$\Box_1 e_1^0 = v_T\, \Delta_1 \theta^0 - X_{\alpha,\alpha} \qquad (4.2)$$

حيث: $\Box_1 = (\lambda + 2\mu)\Delta_1 - \rho\, \partial_t^2$.

وللحصول على المعادلة المستقلة لأجل θ^0، نطبق المؤثر $\square_1$ على طرفي المعادلة (3.25) (حيث: $e_1^0 := u^0_{\beta,\beta}$) ، ومن ثم نستفيد من (4.2)، فنحصل على المعادلة التالية المحققة في $\Omega \times T^+$:

$$\square_1 D\,\theta^0 - \eta_0 \partial_t \left(v_T\, \Delta_1 \theta^0 - X_{\alpha,\alpha} \right) = -\frac{1}{\kappa} \square_1 Q \qquad (4.3)$$

أو:

$$\square_1 D\,\theta^0 - v_T\, \eta_0 \partial_t\, \Delta_1 \theta^0 = -\left(\frac{1}{\kappa} \square_1 Q + \eta_0 \partial_t X_{\alpha,\alpha} \right) \qquad (4.4)$$

أو:

$$D_2 \theta^0 = -\left(\frac{1}{\kappa} \square_1 Q + \eta_0 \partial_t X_{\alpha,\alpha} \right) \qquad (4.5)$$

حيث: $D_2 := \square_1 D - v_T\, \eta_0 \partial_t\, \Delta_1$

وهي المعادلة المستقلة بـ θ^0 والمحققة في $\Omega \times T^+$.

لإيجاد المعادلة المنفصلة بالإزاحات التقليدية u^0_α، يلزمنا إيجاد المعادلة المنفصلة بـ e_1^0 والمحققة في $\Omega \times T^+$. لإيجادها نطبق المؤثر D على طرفي المعادلة (4.2)، ومن ثم نستفيد من المعادلة (3.25) (حيث: $e_1^0 := u^0_{\beta,\beta}$)، فنحصل على المعادلة التالية، في $\Omega \times T^+$:

$$\square_1 D e_1^0 - v_T\, \eta_0\, \partial_t\, \Delta_1 e_1^0 = -\left(D X_{\alpha,\alpha} + \frac{v_T}{\kappa} \Delta_1 Q \right) \qquad (4.6)$$

أو:

$$D_2\, e_1^0 = -\left(D X_{\alpha,\alpha} + \frac{v_T}{\kappa} \Delta_1 Q \right) \qquad (4.7)$$

وهي المعادلة المستقلة بـ e_1^0 والمحققة في $\Omega \times T^+$.

وللحصول على المعادلة المنفصلة للإزاحات التقليدية u^0_α، نطبق المؤثر D_2 على طرفي المعادلة (3.24) (حيث: $e_1^0 := u^0_{\beta,\beta}$) ، ومن ثم نستفيد من المعادلتين (4.5) و(4.7)، فنحصل على المعادلة التالية، المحققة في $\Omega \times T^+$:

$$\overset{*}{\square}_2\, D_2 u^0_\alpha = -D_2 X_\alpha + D_1 X_{\beta,\beta\alpha} - \frac{v_T}{\kappa} \overset{*}{\square}_2 Q_{,\alpha} \qquad (4.8)$$

حيث: $D_1 := (\lambda+\mu)D - v_T \eta_0 \partial_t$

إن المعادلتين(4.5) و(4.8) تمثلان المعادلتان المنفصلتان في $\Omega \times T^+$ لعملية شافيير الترموديناميكية التقليدية.

2.4 فصل عملية شافيير الترموديناميكية المتممة، المتمثلة بـ: u'_α , φ'_3 :

بتطبيق المؤثر $\square_4 \overset{*}{\square}_2$ على طرفي المعادلة (3.43) والمؤثر $\square_2$ على طرفي المعادلة (3.44) ، وبالأخذ بعين الاعتبار المعادلتين(3.43) و (3.44) والعلاقة (3.20)، وأن: $e'_1 := u'_{\beta,\beta} \equiv 0\,,\ \ \hat{X}_\alpha = 0$ ، نحصل على المعادلتين المنفصلتين التاليتين لأجل كلٍ من u'_α و φ'_3، على الترتيب، والمحققتين في $\Omega \times T^+$:

$$\overset{*}{\square}_2 \left(\square_2\square_4 + 4\alpha^2\Delta_1\right)u'_\alpha - 2\alpha \in_{\alpha\gamma} \hat{Y}_{3,\gamma} = 0\,, \qquad (4.9)$$

$$\overset{*}{\square}_2 \left(\square_2\square_4 + 4\alpha^2\Delta_1\right)\varphi'_3 + \square_2 \hat{Y}_3 = 0\,, \qquad (4.10)$$

وبفرض أن: $L = \square_2\square_4 + 4\alpha^2\Delta_1$ ، فتأخذ المعادلتان الشكل التالي في $\Omega \times T^+$:

$$\overset{*}{\square}_2\, L u'_\alpha - 2\alpha \in_{\alpha\gamma} \hat{Y}_{3,\gamma} = 0\,, \qquad (4.11)$$

$$\overset{*}{\square}_2\, L\, \varphi'_3 + \square_2 \hat{Y}_3 = 0\,, \qquad (4.12)$$

المعادلتين(4.11) و(4.12) تمثلان المعادلتان المنفصلتان في $\Omega\times T^+$ لعملية شافيير الترموديناميكية المتممة.

سنفرض أن كافة حقول شافيير الفيزيائية التقليدية والمتممة في الجسم (2DE−N:6) المترابط مع حقل درجات حرارة ويشغل R^2، سنفترض أنها، بالمعنى الرياضي، معرَّفة ومعدومة من أجل القيم السالبة لـ t . كما سنفترض أن هذه الحقول المذكورة، والداخلة في المعادلات، التقليدية، المستقلة (4.5) و(4.8)، والمعادلات، المتممة، المستقلة (4.11) و(4.12)، تحقق تلك الشروط التي تسمح بتطبيق تحويل فورييه التكاملي الثلاثي المباشر F_3، وتلك الشروط التي تسمح لنا أيضاً بتطبيق خواص هذا التحويل.

بتطبيق تحويل فورييه التكاملي الثلاثي المباشر (3.45)، على أطراف المعادلات التقليدية، المستقلة (4.5) و(4.8)، ومن ثم بالاستفادة من خطية هذا التحويل، ومن خواصه، المتمثلة بالعلاقات ([8] أو[9]):

$$\boldsymbol{F}_3(f_{,\beta}) = (-i\,\xi_\beta)\,\bar{f} \quad , \quad \boldsymbol{F}_3(\partial_t f) = (-i\,\tau)\,\bar{f}$$

$$\boldsymbol{F}_3(\Delta_1 f) = -\xi^2\,\bar{f} \;,\; \boldsymbol{F}_3(\overset{*}{\square}_2 f) = -\mu\,[\,\xi^2 - \hat{\sigma}_2^2(\tau)\,]\,\bar{f}\,,$$

$$\boldsymbol{F}_3(\square_1 f) = -(\lambda + 2\mu)\,[\,\xi^2 - \sigma_1^2(\tau)\,]\,\bar{f}\,,$$

$$\boldsymbol{F}_3(\mathrm{D} f) = -[\,\xi^2 - q(\tau)\,]\,\bar{f}\,,$$

$$\boldsymbol{F}_3(\mathrm{D}_1 f) = -\{(\lambda+\mu)[\,\xi^2 - q(\tau)\,] - (\lambda+2\mu)\,\boldsymbol{\varepsilon}\,q(\tau)\}\,\bar{f}$$

$$= -\{(\lambda+2\mu)[\,\xi^2 - (1+\boldsymbol{\varepsilon})\,q(\tau)\,] - \mu\,[\,\xi^2 - q(\tau)\,]\}\,\bar{f}\,,$$

$$\boldsymbol{F}_3(\mathrm{D}_2 f) = (\lambda+2\mu)\{[\xi^2 - q(\tau)][\xi^2 - \sigma_1^2(\tau)] - \boldsymbol{\varepsilon}\,q(\tau)\,\xi^2\}\bar{f}$$

$$= (\lambda+2\mu)\,W_4(\xi,\tau)\,\bar{f}\,,$$

$$\boldsymbol{F}_3(\mathrm{D}_2\,\overset{*}{\square}_2 f) = -\mu\,(\lambda+2\mu)\,[\xi^2 - \hat{\sigma}_2^2(\tau)]\,W_4(\xi,\tau)\,\bar{f}$$

حيث:

$$c_1 = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \;\text{و}\; \hat{\sigma}_2(\tau) = \frac{\tau}{\hat{c}_2} \;\text{و}\; \sigma_1(\tau) = \frac{\tau}{c_1} \;\text{و}\; \xi = (\xi_\alpha \xi_\alpha)^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{و}\; \hat{c}_2 = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \;\text{و}\; q(\tau) = \frac{i\,\tau}{\kappa} \;\text{و}\; m = \frac{\nu_T}{\lambda + 2\mu} \;\text{و}\; \boldsymbol{\varepsilon} = m\,\kappa\,\eta_0 \;،$$

$$W_4(\xi,\tau) = \xi^4 - [\,\sigma_1^2(\tau) + (1+\boldsymbol{\varepsilon})\,q(\tau)\,]\,\xi^2 + q(\tau)\,\sigma_1^2(\tau)$$

نحصل بعد الاختصار على التحويلين التاليين:

$$\bar{u}^{0}_{\alpha} = \frac{1}{\mu[\xi^{2} - \hat{\sigma}^{2}_{2}(\tau)]}\bar{X}_{\alpha} +$$

$$\frac{1}{\mu(\lambda+2\mu)[\xi^{2} - \hat{\sigma}^{2}_{2}(\tau)]W_{4}(\xi,\tau)}\{(\lambda+2\mu)[\xi^{2} - (1+\boldsymbol{\varepsilon})q(\tau)] \quad (4.13)$$

$$-\mu[\xi^{2} - q(\tau)]\}(-i\xi_{\alpha})(-i\xi_{\beta})\bar{X}_{\beta}$$

$$-\frac{m}{\kappa W_{4}(\xi,\tau)}(-i\xi_{\alpha})\bar{Q},$$

$$\bar{\theta}^{0} = \frac{\kappa\eta_{0}}{(\lambda+2\mu)W_{4}(\xi,\tau)}q(\tau)(-i\xi_{\alpha})\bar{X}_{\alpha} +$$

$$+\frac{1}{\kappa W_{4}(\xi,\tau)}[\xi^{2} - \sigma^{2}_{1}(\tau)]\bar{Q} \quad (4.14)$$

أما بتطبيق تحويل فورييه التكاملي الثلاثي المباشر(3.45) على أطراف المعادلات المتممة المستقلة (4.9) و(4.10)، بالاستفادة من خطية هذا التحويل وخواصه المتمثلة بالعلاقات التالية ([8,9]):

$$\boldsymbol{F}_{3}(\Box_{2}f) = -(\mu+\alpha)[\xi^{2} - \sigma^{2}_{2}(\tau)]\bar{f},$$

$$\boldsymbol{F}_{3}(\Box_{4}f) = -[(\gamma+\varepsilon)\xi^{2} + 4\alpha - J\tau^{2}]\bar{f}$$

$$= -(\gamma+\varepsilon)[\xi^{2} + \nu^{2}_{0} - \sigma^{2}_{4}(\tau)]\bar{f},$$

$$\boldsymbol{F}_{3}(Lf) = \boldsymbol{F}_{3}[(\Box_{2}\Box_{4} + 4\alpha^{2}\Delta_{1})f] =$$

$$= (\mu+\alpha)(\gamma+\varepsilon)[\xi^{2} - \sigma^{2}_{2}(\tau)][\xi^{2} + \nu^{2}_{0} - \sigma^{2}_{4}(\tau)]\bar{f}$$

$$-4\alpha^{2}\xi^{2}\bar{f} =$$

$$(\mu+\alpha)(\gamma+\varepsilon)\{[\xi^{2} - \sigma^{2}_{2}(\tau)][\xi^{2} + \nu^{2}_{0} - \sigma^{2}_{4}(\tau)] - ps\}\bar{f}$$

$$= (\mu+\alpha)(\gamma+\varepsilon)\Delta_{4}(\xi;\tau),$$

حيث:

$$\Delta_{4}(\xi;\tau) = \xi^{4} - [\sigma^{2}_{2}(\tau) + \sigma^{2}_{4}(\tau) + \eta^{2}_{0} - \nu^{2}_{0}]\xi^{2} +$$

$$+\sigma^{2}_{2}(\tau)[\sigma^{2}_{4}(\tau) - \nu^{2}_{0}],$$

$$\sigma_2(\tau) = \frac{\tau}{c_2} \text{ و } \sigma_4(\tau) = \frac{\tau}{c_4} \text{ و } c_2 = \sqrt{\frac{\mu+\alpha}{\rho}} \text{ و } c_4 = \sqrt{\frac{\gamma+\varepsilon}{J}} \text{ و}$$

$$.s = \frac{2\alpha}{\mu+\alpha} \text{ و } \eta_0^2 = p\,s \text{ و } \nu_0^2 = 2p = \frac{4\alpha}{\gamma+\varepsilon} \text{ و}$$

نحصل، بعد الاختصار، على التحويلين التاليين:

$$\bar{u}'_\alpha = -\frac{2\alpha \in_{\alpha\gamma} (-i\xi_\gamma)\, \bar{\hat{Y}}_3}{\mu(\mu+\alpha)(\gamma+\varepsilon)\,[\,\xi^2 - \hat{\sigma}_2^2(\tau)\,]\,\Delta_4(\xi;\tau)}\,, \tag{4.15}$$

$$\bar{\varphi}'_3 = -\frac{[\xi^2 - \sigma_2^2(\tau)]\,\bar{\hat{Y}}_3}{\mu\,(\gamma+\varepsilon)\,[\,\xi^2 - \hat{\sigma}_2^2(\tau)\,]\,\Delta_4(\xi;\tau)}\,, \tag{4.16}$$

حيث هنا:

$$\bar{\hat{Y}}_3 = -\mu\,[\xi^2 - \hat{\sigma}_2^2(\tau)]\,\bar{Y}_3 + \frac{1}{2}(\gamma+\varepsilon)\,[\xi^2 - \sigma_4^2(\tau)] \in_{\alpha\beta} (-i\xi_\alpha)\,\bar{X}_\beta$$

سنستخدم فيما يلي تحويل فورييه التكاملي المضاعف من المرتبة الثالثة العكسي وخواصه ومبرهنة الطي لـ فورييه ، لإيجاد سلوك شافيير النظامي التقليدي وسلوك شافيير النظامي المتمم (بالتالي سلوك شافيير النظامي الكلي) للجسم المرن دقيق الاستقطاب المدروس غير المحدود.

أ) حقل الإزاحات النظامي التقليدي وحقل درجات الحرارة النظامي التقليدي للجسم المرن دقيق الاستقطاب المدروس:

لنفرض الآن، أن:

$$\hat{F}_2(\mathbf{x},t) := \boldsymbol{F}_4^{-1}\Big[\frac{1}{\xi^2 - \hat{\sigma}_2^2(\tau)}\Big]\,,\; G_2(\mathbf{x},t) := \boldsymbol{F}_4^{-1}\Big[\frac{1}{W_4(\xi,\tau)}\Big] \tag{4.17}$$

نحصل الآن على حقل الإزاحات النظامي التقليدي وحقل درجات الحرارة، النظامي، التقليدي، بتطبيق تحويل فورييه التكاملي العكسي من المرتبة الثالثة وخواصه على المعادلات المحوَّلة (4.13) و (4.14) و بتطبيق مبرهنة الطي لـ فورييه نجد:

حقل الإزاحات النظامي التقليدي:

$$u_\alpha^0 = \frac{1}{\mu}(\hat{F}_2 * X_\alpha) - \frac{1}{\mu(\lambda+2\mu)} D_1 \partial_\alpha \partial_\beta (\hat{F}_2 * G_2 * X_\beta) - \frac{m}{\kappa} \partial_\alpha (G_2 * Q) \qquad (4.18)$$

حيث: $\partial_\alpha := \dfrac{\partial}{\partial x_\alpha}$ ؛

بالتعويض في العلاقة (3.29) نحصل على الدوران النظامي التقليدي:

$$\varphi_3^0 = \frac{1}{2\mu} \in_{\alpha\beta} \partial_\alpha (\hat{F}_2 * X_\beta) \qquad (4.19)$$

حقل درجات الحرارة النظامي التقليدي:

$$\theta^0 = -\frac{\eta_0}{\lambda+2\mu} \partial_\alpha \partial_t (G_2 * X_\alpha) - \frac{1}{\kappa(\lambda+2\mu)} \square_1 (G_2 * Q) \qquad (4.20)$$

ب) حقلي الإزاحات والدورانات النظاميين المتممين للجسم المدروس:

لنفرض الآن أن:

$$G_1(\mathbf{x}, t) := \boldsymbol{F}_4^{-1}\left[\frac{1}{\Delta_4(\xi, \tau)}\right] \qquad (4.21)$$

نحصل الآن على حقلي الإزاحات والدورانات النظاميين المتممين بتطبيق تحويل فورييه التكاملي العكسي من المرتبة الثالثة وخواصه على المعادلات المحوَّلة (4.15) و(4.16)، ومن ثم بتطبيق مبرهنة الطي لـ فورييه نجد:

حقل الإزاحات النظامي المتمم التالي:

$$u'_\alpha = -\frac{2\alpha}{\mu(\gamma+\varepsilon)(\mu+\alpha)} \in_{\alpha\gamma} \partial_\gamma (\hat{F}_2 * G_1 * \hat{Y}_3) \qquad (4.22)$$

حقل الدورانات النظامي المتمم:

$$\varphi'_3 = \frac{1}{\mu(\mu+\alpha)(\gamma+\varepsilon)} \square_2 (\hat{F}_2 * G_1 * \hat{Y}_3), \qquad (4.23)$$

ج) تركيب سلوكيات شافيير الشاذة في الجسم المرن دقيق الاستقطاب (2D (E−N:6 المتجانس والمتماثل المناحي والخاضع لحرارة ضمن الحالة المستوية الأولى للانفعالات المرنة، حيث يشغل الجسم في لحظة البدء كامل المتنوعة الاقليدية ثنائية البعد R^2:

إذا كانت هذا الحقول الفيزيائية الداخلة في المعادلات المنفصلة (4.5) و(4.8) و(4.11) و(4.12) عبارة عن توزيعات فيمكن تطبيق تحويل فورييه التكاملي الثلاثي المباشر F_3 على المعادلات التقليدية المستقلة (4.5) و(4.8) وعلى المعادلات المتممة المستقلة (4.11) و(4.12) وتطبيق خواص هذا التحويل حيث نحصل على نتائج مشابهة للنتائج التي حصلنا عليه فيما لو كانت الحقول المذكورة نظامية أي نحصل على علاقات مشابهة للعلاقات (4.13) و(4.14) و(4.15) و (4.16).

سنوجد فيمايلي الحلول الشاذة للجسم الصلب دقيق الاستقطاب 2D(E−N:6) المتجانس والمتماثل المناحي والخاضع لحرارة ضمن الحالة المستوية الأولى للانفعالات المرنة حيث يشغل الجسم في لحظة البدء كامل المتنوعة الاقليدية ثنائية البعد R^2 وذلك من أجل الحمول الميكانيكية التالية:

$$X_{\alpha} = P_0 \, e^{-i\omega t} \, \delta(\mathbf{x}-\boldsymbol{\zeta}) \, \delta_{\alpha\varepsilon} \;\; , \;\; Y_3 = 0 \;\; , \;\; Q = 0 \qquad (4.24)$$

حيث: $\omega > 0$ ثابت معطى ويرمز للتردد و $\delta(\mathbf{x}-\boldsymbol{\zeta})$ هو توزيع Dirac على R^2 [8] والذي يعطى بحسب تعريفه بالعلاقة: $\delta(\mathbf{x}-\boldsymbol{\zeta}) := \delta(x_1-\zeta_1)\delta(x_2-\zeta_2)$ حيث $\delta(x_{\alpha}-\zeta_{\alpha})$ هو توزيع Dirac على R و $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$ و $\boldsymbol{\zeta} = (\zeta_1, \zeta_2)$ كما أن: P_0 هو ثابت موجب. ولنوجد الآن عمليات شافيير الترموديناميكية الشاذة التقليدية والمتممة وبالتالي الكلية والموافقة للحمول (4.24).

سلوكا شافيير الترموديناميكيان الشاذان التقليديان والمتممان الموافقان للحمل (4.24):

بتعويض(4.24) في (4.16)-(4.13) وبالأخذ بعين الاعتبار أن[8,9]:

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{\,i\,\mathbf{x}\cdot\boldsymbol{\xi}} \, \delta(\mathbf{x}-\boldsymbol{\zeta}) \, d\mathbf{x} = e^{\,i\,\boldsymbol{\zeta}\cdot\boldsymbol{\xi}} \qquad (4.25)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{\,i\,(\tau-\omega)\,t} \, dt = 2\pi\,\delta(\tau-\omega) \qquad (4.26)$$

نحصل على:

تحويل فورييه للإزاحات التقليدية:

$$\bar{u}_{\alpha}^{0(\varepsilon)} = \frac{P_0}{\sqrt{2\pi}} \left\{ \frac{1}{\mu[\xi^2 - \hat{\sigma}_2^2(\tau)]}\delta_{\alpha\varepsilon} + \right.$$

$$\frac{1}{\mu(\lambda+2\mu)[\xi^2 - \hat{\sigma}_2^2(\tau)]W_4(\xi,\tau)}\{(\lambda+2\mu)[\xi^2 - (1+\boldsymbol{\varepsilon})q(\tau)] \quad (4.27)$$

$$\left. - \mu[\xi^2 - q(\tau)]\} (-i\xi_{\alpha})(-i\xi_{\varepsilon}) \right\} \delta(\tau-\omega)\, e^{i\,\zeta\cdot\xi},$$

تحويل فورييه للحرارة التقليدية:

$$\bar{\theta}^{0(\varepsilon)} = \frac{P_0}{\sqrt{2\pi}} \frac{\kappa\,\eta_0}{(\lambda+2\mu)W_4(\xi,\tau)} q(\tau)(-i\xi_{\varepsilon})\delta(\tau-\omega)e^{i\,\zeta\cdot\xi} \quad (4.28)$$

تحويل فورييه للإزاحات المتممة:

$$\bar{u}_{\alpha}^{\prime(\varepsilon)} = -\frac{P_0}{\sqrt{2\pi}} \frac{\alpha \in_{\alpha\gamma}\in_{\delta\varepsilon}[\xi^2 - \sigma_4^2(\tau)](-i\xi_{\gamma})(-i\xi_{\delta})}{\mu(\mu+\alpha)\,[\xi^2 - \hat{\sigma}_2^2(\tau)]\,\Delta_4(\xi;\tau)} \delta(\tau-\omega)e^{i\,\zeta\cdot\xi} \quad (4.29)$$

والتي بناءً على (3.20) تأخذ الشكل:

$$\bar{u}_{\alpha}^{\prime(\varepsilon)} = -\frac{P_0}{\sqrt{2\pi}} \frac{\alpha[\xi^2 - \sigma_4^2(\tau)][\delta_{\alpha\varepsilon}\xi^2 + (-i\xi_{\alpha})(-i\xi_{\varepsilon})]}{\mu(\mu+\alpha)\,[\xi^2 - \hat{\sigma}_2^2(\tau)]\,\Delta_4(\xi;\tau)} \delta(\tau-\omega)e^{i\,\zeta\cdot\xi} \quad (4.30)$$

تحويل فورييه للدورانات المتممة:

$$\bar{\varphi}_3^{\prime(\varepsilon)} = -\frac{P_0}{\sqrt{2\pi}} \frac{[\xi^2 - \sigma_2^2(\tau)][\xi^2 - \sigma_4^2(\tau)]\in_{\gamma\varepsilon}(-i\xi_{\gamma})}{2\mu\,[\xi^2 - \hat{\sigma}_2^2(\tau)]\,\Delta_4(\xi;\tau)} \delta(\tau-\omega)\,e^{i\,\zeta\cdot\xi} \quad (4.31)$$

وبما أن:

$$\frac{1}{W_4(\xi,\tau)} = \frac{1}{\mu_1^2(\tau) - \mu_2^2(\tau)} \left[\frac{1}{\xi^2 - \mu_1^2(\tau)} - \frac{1}{\xi^2 - \mu_2^2(\tau)} \right], \quad (4.32)$$

$$\frac{(\lambda+2\mu)[\xi^2-(1+\boldsymbol{\varepsilon})q(\tau)]-\mu[\xi^2-q(\tau)]}{(\lambda+2\mu)[\xi^2-\hat{\sigma}_2^2(\tau)]W_4(\xi,\tau)}=$$

$$=\frac{\mu}{\rho\tau^2}\left[\frac{1}{\xi^2-\hat{\sigma}_2^2(\tau)}-\frac{E_1(\tau)}{\xi^2-\mu_1^2(\tau)}+\frac{E_2(\tau)}{\xi^2-\mu_2^2(\tau)}\right], \tag{4.33}$$

$$\frac{\xi^2-\sigma_4^2(\tau)}{[\xi^2-\hat{\sigma}_2^2(\tau)]\Delta_4(\xi;\tau)}=$$

$$=\frac{1}{\hat{\sigma}_2^2(\tau)-\sigma_2^2(\tau)}\left[\frac{1}{\xi^2-\hat{\sigma}_2^2(\tau)}-\frac{A_1(\tau)}{\xi^2-\lambda_1^2(\tau)}-\frac{A_2(\tau)}{\xi^2-\lambda_2^2(\tau)}\right], \tag{4.34}$$

$$\frac{[\xi^2-\sigma_2^2(\tau)][\xi^2-\sigma_4^2(\tau)]}{[\xi^2-\hat{\sigma}_2^2(\tau)]\Delta_4(\xi;\tau)}=$$

$$\frac{1}{\hat{\sigma}_2^2(\tau)-\sigma_2^2(\tau)}\left\{\frac{\hat{\sigma}_2^2(\tau)-\sigma_2^2(\tau)}{\xi^2-\hat{\sigma}_2^2(\tau)}+\sigma_2^2(\tau)\left[\frac{A_1(\tau)}{\xi^2-\lambda_1^2(\tau)}+\frac{A_2(\tau)}{\xi^2-\lambda_2^2(\tau)}\right]\right. \tag{4.35}$$

$$\left.-\left[\frac{\lambda_1^2(\tau)A_1(\tau)}{\xi^2-\lambda_1^2(\tau)}+\frac{\lambda_2^2(\tau)A_2(\tau)}{\xi^2-\lambda_2^2(\tau)}\right]\right\},$$

$$\frac{\xi^2[\xi^2-\sigma_4^2(\tau)]}{[\xi^2-\hat{\sigma}_2^2(\tau)]\Delta_4(\xi;\tau)}=\frac{1}{\hat{\sigma}_2^2(\tau)-\sigma_2^2(\tau)}\left\{\frac{\hat{\sigma}_2^2(\tau)}{\xi^2-\hat{\sigma}_2^2(\tau)}\right. \tag{4.36}$$

$$\left.-\left[\frac{\lambda_1^2(\tau)A_1(\tau)}{\xi^2-\lambda_1^2(\tau)}+\frac{\lambda_2^2(\tau)A_2(\tau)}{\xi^2-\lambda_2^2(\tau)}\right]\right\},$$

حيث: $\mu_1^2(\tau)$ و $\mu_2^2(\tau)$ هي جذور كثير الحدود:

$$W_4(\mu,\tau)=\mu^4-[\sigma_1^2(\tau)+(1+\boldsymbol{\varepsilon})q(\tau)]\mu^2+q(\tau)\sigma_1^2(\tau)$$

و $\lambda_1^2(\tau)$ و $\lambda_2^2(\tau)$ هي جذور كثير الحدود:

$$\Delta_4(\lambda;\tau)=\lambda^4-[\sigma_2^2(\tau)+\sigma_4^2(\tau)+\eta_0^2-\nu_0^2]\lambda^2+$$
$$+\sigma_2^2(\tau)[\sigma_4^2(\tau)-\nu_0^2]$$

كما أن:

$$E_1(\tau)=\frac{\sigma_1^2(\tau)-\mu_2^2(\tau)}{\mu_1^2(\tau)-\mu_2^2(\tau)}\ ,\ E_2(\tau)=-\frac{\sigma_1^2(\tau)-\mu_1^2(\tau)}{\mu_2^2(\tau)-\mu_1^2(\tau)}$$
$$A_1(\tau)=\frac{\sigma_2^2(\tau)-\lambda_2^2(\tau)}{\lambda_1^2(\tau)-\lambda_2^2(\tau)}\ ,\ A_2(\tau)=\frac{\sigma_2^2(\tau)-\lambda_1^2(\tau)}{\lambda_2^2(\tau)-\lambda_1^2(\tau)}$$

بتعويض العلاقات (4.36)-(4.32) في التحولات (4.27) و (4.27) و (4.30) و (4.31) ومن ثم بتطبيق تحويل فورييه التكاملي الثلاثي العكسي $\boldsymbol{F}_3^{-1}$ على العلاقات الناتجة وباستخدام خاصة تصفية توزيع Dirac المتمثلة بالعلاقة:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\,\delta(t-t_0)\,dt = f(t_0) \tag{4.37}$$

والعلاقات [8,9]:

$$\boldsymbol{F}_3^{-1}[(-i\xi_\beta)\bar{f}(\xi,\tau)]=\partial_\beta f(x,t) \tag{4.38}$$

$$P.F.\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{e^{-i(\mathbf{x}-\zeta)\cdot\xi}}{\xi^2-a^2}\,d\xi = i\pi^2H_0^{(1)}(ar) \tag{4.39}$$

حيث الرمز : $P.F.$ يدل على الجزء المنتهي للتكامل المعتل بمعنى Hadamard [10][7] و $r:=|\mathbf{x}-\zeta|$ و a عدد حقيقي أو عقدي و $H_0^{(1)}(ar)$ دالة Hanckle من المرتبة الصفرية والنوع الأول وباستخدام أيضاً العلاقة: $\mu[\hat{\sigma}_2^2(\tau)-\sigma_2^2(\tau)]=\rho\,\tau^2 s/2$ ، نحصل بالنتيجة على:

- الإزاحات التقليدية الشاذة الموافقة التالية:

---

[7] بعيداً عن قيمة Cauchy الأساسية (الـ CPV)، في Hadamard [10] تم تعريف ما يسمى الجزء المنتهي (الــ $P.F.$) للتكاملات المضاعفة، المعتلة. وفي [8] تم اثبات أن جزء Hadamard المنتهي للتكامل المعتل: $\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{e^{-i(\mathbf{x}-\zeta)\cdot\xi}}{\xi^2-a^2}\,d\xi$ يمثل الحل التوزيعي في كامل الفضاء R^2، لمعادلة Helmholtz التوزيعية: $(\Delta_1+a^2)u=-4\pi^2\delta(\mathbf{x}-\zeta)$.

$$\bar{u}_{\alpha}^{0(\varepsilon)}=\frac{i\,P_0\,e^{-i\,\omega t}}{4\,\rho\,\omega^2}\,[\partial^2_{\alpha\,\varepsilon}(\hat{\psi}_1-\psi_2)+\delta_{\alpha\,\varepsilon}\,\hat{G}_1] \qquad (4.40)$$

بالتالي إذا عوضنا في العلاقة (3.29)، نحصل على الدوران التقليدي، الموافق:

$$\varphi_3^{0(\varepsilon)}=\frac{1}{2}\in_{\alpha\,\beta}u^{0(\varepsilon)}_{\beta,\alpha}=\frac{i\,P_0\,e^{-i\,\omega t}}{8\,\rho\,\omega^2}\in_{\beta\,\varepsilon}\hat{G}_{1,\beta} \qquad (4.41)$$

- الحرارة التقليدية الشاذة الموافقة التالية:

$$\bar{\theta}^{\,0(\varepsilon)}=\frac{i\,P_0}{4\rho\,\omega^2}\;\frac{q\,\boldsymbol{\varepsilon}\sigma_1^2}{m\,(\mu_1^2-\mu_2^2)}\,\partial_{\varepsilon}F_2 \qquad (4.42)$$

- الإزاحات المتممة الشاذة الموافقة التالية:

$$u'^{(\varepsilon)}_{\alpha}=\frac{i\,P_0\,e^{-i\,\omega t}}{4\,\rho\,\omega^2}\,[\partial^2_{\alpha\,\varepsilon}(\psi_1-\hat{\psi}_1)+\delta_{\alpha\,\varepsilon}\,(G_1-\hat{G}_1)] \qquad (4.43)$$

- الدوران المتمم، الشاذ، الموافق، التالي:

$$\varphi'^{(\varepsilon)}_3=-\frac{i\,P_0\,e^{-i\,\omega t}}{4\,\rho\,\omega^2}\in_{\beta\,\varepsilon}[\hat{G}_1-G_1-\sigma_2^2(\hat{\psi}_1-\psi_1)]_{,\beta} \qquad (4.44)$$

حيث:

$$\hat{\psi}_1=H_0^{(1)}(\hat{\sigma}_2\,r)\ ,\ \psi_1=A_1H_0^{(1)}(\lambda_1 r)+A_2H_0^{(1)}(\lambda_2\,r)\ ,$$

$$\psi_2=E_1H_0^{(1)}(\mu_1 r)-E_2H_0^{(1)}(\mu_2 r),G_1=A_1\lambda_1^2H_0^{(1)}(\lambda_1 r)+A_2\lambda_2^2H_0^{(1)}(\lambda_2 r)$$

$$\hat{G}_1=\hat{\sigma}_2^2\,H_0^{(1)}(\hat{\sigma}_2\,r)=\hat{\sigma}_2^2\,\hat{\psi}_1\ ,\ G_2=E_1\mu_1^2H_0^{(1)}(\mu_1 r)-E_2\mu_2^2H_0^{(1)}(\mu_2 r)\ ,$$

كمـــــــا أن: $\sigma_1=\sigma_1(\omega)$ و $\sigma_2=\sigma_2(\omega)$ و $\hat{\sigma}_2=\hat{\sigma}_2(\omega)$ و $\sigma_4=\sigma_4(\omega)$ و $q=q(\omega)$
و $\mu_1=\mu_1(\omega)$ و $\mu_2=\mu_2(\omega)$ و $\lambda_1=\lambda_1(\omega)$ و $\lambda_2=\lambda_2(\omega)$ و $A_1=A_1(\omega)$
و $A_2=A_2(\omega)$ و $E_1=E_1(\omega)$ و $E_2=E_2(\omega)$.

5. الاستنتاجات والمقترحات:

أولا) الاستنتاجات: في البحث تم إيجاد صيغ فورييه التكاملية التقليدية والمتممة لأجل كل من عمليتي شافيير الترموديناميكية التقليدية، والديناميكية المتممة في الجسم المعتبر الذي يشغل كامل R^2، ذلك في حال وجود حمول حجمية ومصادر حرارية. بعدها تم إيجاد

الحلول الشاذة لأجل كلٍ من عمليتي شافيير السابقتين، وذلك في حال تعرض الجسم المذكور أعلاه لقوة حجمية مركزة، ومتغيرة توافقياً مع الزمن.

ثانياً) <u>المقترحات:</u> يمكن أن نختتم هذا البحث بمسائل للمناقشة، هي الآتية:

مسألة1: إيجاد عمليتي شافيير الترموديناميكيتين التقليدية والمتممة في الجسم المرن المعتبر الذي يشغل كامل R^2، ذلك في حال وجود عزم حجمية ومصادر حرارية، مركزة، ومتغيرة توافقياً مع الزمن.

مسألة2: استنتاج صيغ Green التي تعطي الحل لأجل أية حمول حجمية ومصادر حرارية بدلالة مايسمى الحلول الأساسية المتعلقة بهذا الجسم.

مسألة3: تعميم طريقة Papkovich–Neuber إلى حل مسألتي الحالة المستوية الأولى والثانية للانفعالات المرنة للجسم (E–N:6) 2D، المتجانس والمتماثل المناحي والخاضع لحرارة حيث الجسم يشغل في لحظة البدء المنطقة Ω بسيطة الترابط في R^2.

المراجع

[1] – Eringen , A . C , **1966** - *Linear theory of micropolar elasticity*, J.Math. Mech., 15 , 909 – 930.

[2] –Nowacki, W , **1986** - Theory of Asymmetric Elasticity , Warsaw , PWN.

[3]- Dyszlewicz , J, **2004** - Micropolar Theory of Elasticity , in : Series Lectures. Notes in Applied and Computational Mechanics, Vol.15, 356 p, Springer .

[4]-Dyszlewicz J., **1973** - *A method of solving static problems of linear asymmetric elasticity*,Mech. Teor. Stos., **11,2,143158** (in Polish).

[5]-Dyszlewicz J., Matysiak S., **1973**- *Singularity of stresses in micropolar elastic semispace due to discontinuous boundary load*, Bull. Acad. Polon. Sci., Ser. Sci.Techn., 21, 12, 605-610.

[6]–Dyszlewicz , J ,**1996** - *Selected problems of linear asymmetrical thermoelasticity*, Journal of Thermal Stresesses,19, 185-206.

[7]-Dyszlewicz , J ,**1986**-*Fundamental solutions of micropolar elastoststics* , Bull. Pol. Ac.: Tech. , I-1986 , 34 , 179-190 ; II-1986 , 34 , 191-202.

[8] – Gerrit van Dijk , **2013** - Distribution Theory , De Gtuyter Graduate Lectures, Deutsche Nationalbibliothek , Berlin.

[9] – Debnath, L& Bhatta , D , **2007** – Integral Transforms and their Applications, (Second Edition), CRC Press, Boca Raton, Florida.

[10] – *Hadamard J., ,* ***1923*** - *Lectures on Cauchy's Problem in Partial Differential Equations,Yale University Press.*

[11] **–** Mountajab Al-Hasan and Ali Jawdat Loulou , **2021** – Generating the Schaefer vector method that solving the first plane state problems of micropolar elastic solid subjected to temperature field , Journal of Al-Baath University,Vol.43, Nr.7, p. 147-159**.**

[12] **–** Mountajab Al-Hasan & Hala Mouhammad , and Hanin Abdelkareem, **2022**– The isothermal of the Schaefer complementary thermodynamical process relating to the first plane state of small elastic strain of the micropolar body subjected to temperature field and occupying R^2 , Journal of Tartous University (In Press)**.**